Dr. Alois Fritsch

Hermann Scheffler und Eugen Dühring, zwei fast vergessene Philosophen.

Hermann Scheffler (182o - 19o3) Eugen Dühring (1833 - 1921)

Über das rein Historische hinaus, ist es wohl heute noch von Nutzen, sich die Beiträge zweier älterer deutscher Philosophen, vor allem zur Mathematik und Physik ins Gedächtnis zu rufen. Ist sicherlich auch manches überholt, so liegt doch genügend Material vor, das einer kritischen Prüfung wert ist. In gedrängter Form sollen wenigstens einige Hauptgedanken besprochen werden.Scheffler war ursprünglich Ingenieur und kam über die Mathematik zur Philosophie. In seinem Buche "Situationskalkül" (1851) wird im Sinne von Leibniz eine originelle Zusammenfassung von Größen- und Lagegeometrie gegeben. Ein wahrhaft zyklopisches Werk stellen die "Naturgesetze" (1876) ff. dar. (4 Bände und 3 Supplemente). In der Einleitung vertritt Scheffler im Prinzip die kantische Auffassung, daß unser Geist der Natur die Gesetze vorschreibe. Natürlich müßten wir infolge des Fortschrittes der Wissenschaft manches an den kantischen Formulierungen und Einteilungen verbessern. Herr Friedrich Lachner, technischer Physiker in Wien, hat auf Grund von Ablichtungen einzelne Kapitel der Schefflerschen Untersuchungen zur Mathematik überprüft und kritisiert. Es sei ihm nun mein bester Dank ausgesprochen. Die Kritik ist überwiegend positiv, wenn auch die Symbolik fallweise modernisiert und vereinfacht werden müßte. Scheffler hat unseres Wissens die allgemeinste Behandlung der Infinitesimalrechnung durchgeführt.Er hat die annähernd gleichzeitigen Arbeiten von Heaviside überholt, der sich unseres Wissens auf halbe Differentialquotienten, bzw. Integrale, beschränkte. Herr Lachner ist, jedoch ohne damals in den zwanziger Jahren von Scheffler etwas zu wissen, von dem in der Elektrotechnik verwendeten multisymbolischen Kalkül ausgehend, vielfach zu den gleichen Resultaten gelangt.("August Hund "Hochfrequenzmeßtechnik" 1922, nicht zugänglich). Scheffler faßt die Differentiation und Integration unter dem S-Zeichen zusammen, Lachner macht es umgekehrt.

$$^{n}Dy = {}^{-n}\int y$$

Das n-fache Integral kann bei Scheffler auch im Hinblick auf einen gebrochenen negativen und imaginären Wert gebildet werden, unter Verwendung der Funktion.

$$^{n}\int 0\, dx^{n} = \frac{c_0 x^{n-1}}{\Gamma(n)} + \frac{c_1 x^{n-2}}{\Gamma(n-1)} + \dots \frac{c_{n-3} x^{2}}{\Gamma(3)} + \frac{c_{n-2} x}{\Gamma(2)} + \frac{c_{n-1}}{\Gamma(1)}$$

Für das Imaginäre haben wir dann eine Γ-Funktion mit komplexen Argumenten. Interessant ist auch die Einführung des sogenannten Initials. $^{z}\int f(x)\, dx = E(x/z)$ Es wird zu jedem einzelnen Integral hinzugefügt, daß ein allgemeineres entsteht. Leider kann nur ein bruchstückhafter Überblick gegeben werden. Scheffler bezeichnet weiter die Variation des Integrators als die Eminentiation der Funktion z.B. $^{n}\int 0\, dx^{n} = {}^{n}\int = {}^{n}\int^{x} = {}^{n}\int_{0}^{x}$

Auch hier hat F. Lachner derartige Probleme mittels des multisymbolischen Kalküls behandelt. Scheffler prägt auch den Ausdruck Eminential für eine von f(x) unendlich wenig verschiedene Größe.

$$^{dz}\int f(x) = E(x/dz) = E(x/0)(\text{Fkt.}\, x) + \frac{dE(x/0)}{dz}\, dz$$ (Eminential)

Ferner werden auch Integrale mit variablen Integrationsgrenzen behandelt. Scheffler verallgemeinert weitere Operationen und führt Logarithmen, bezogen auf die Basis D=d/dx ein. Hier liegt eine Erweiterung des Logarithmus von Einzelwerten auf Funktionen vor, wie sie Lachner schon ohne Kenntnis von Scheffler in Vorträgen benutzt hat. Lachner hat auch einige kleinere Fehler nachgewiesen. Scheffler war immer offen genug, etwaige Fehler zuzugeben und in späteren Werken Korrekturen anzuführen. Lachner meint ferner, daß Scheffler von vornherein alle Funktionen als solche von komplexen Größen im Sinne einer noch größeren Verallgemeinerung hätte betrachten sollen.

Wichtig erscheint die Einführung von überimaginären Größen, mit denen sich nach Lachner auch Lagally beschäftigt hat, doch waren mir dessen diesbezügliche Arbeiten nicht zugänglich. Bei Scheffler ergeben sich die höheren i's durch Wälzung, nicht durch Drehung in der Gaußischen Zahlenebene wie beim gewöhnlichen Imaginären. Dadurch ergibt sich nach Scheffler eine Erweiterung des Hauptsatzes der Algebra von Gauß. Eine Gleichung n-Grades hat bei Einführung der höheren i'-s beliebig viele Lösungen uzw. um eine Potenz weniger als der Grad der i's angibt. Eine Gleichung n-Grades hat beim Einsetzen von i's m-Ordnung η^{m-1} Lösungen. ("Das Wesen der Mathematik" 1895/96). Vom Standpunkt des Uberimaginären kritisiert auch Scheffler die Quaternionen von Hamilton, die seiner Meinung nach gleichsam in der Ebene stecken bleiben. (Die polydimensionalen Größen und die vollkommenen Primzahlen 1880). Allgemein philosophisch darf hier an Julius Schultz und sein Buch " Die Psychologie der Axiome" 1899, erinnert werden, der eine Kritik der erkenntnistheoretischen Auffassungen von Gauß gibt, der bekanntlich ein großer Mathematiker, aber ein wesentlich schwächerer Philosoph war. Ob nach H. Vaihinger und dessen Philosophie des Als ob, 5. u. 6. Auflage 1920, alle höheren Zahlarten nur Fiktionen sind, bleibe dahingestellt. Auch an Leopold Kroneckers Ausspruch, die ganzen Zahlen sind vom lieben Gott, alles andere macht der Mensch , sei erinnert.

Die Faktorial- und Quotientalrechnung von Scheffler ("Das Wesen der Mathematik" 1895/96) behandelt Produkte mit unendlich vielen Faktoren, wobei sich diese untereinander und auch von 1 nur wenig unterscheiden. Es gibt hier eine Analogie zur Epsilontik. Scheffler zeigt, daß sich daraus gewisse Vorteile bei der Verwendung von Polarkoordinaten ergeben. Es wird eine Funktion in all ihren

stetigen Faktoren von unendlicher Anzahl in Analogie zur Taylor-Reihe zerlegt. Statt Faktoren sind auch Potenzierungsprozesse möglich.
Hinsichtlich der Mechanik soll der Gedanke einer Rotations-oder Zirkelträgheit hervorgehoben werden. Ätherwirbeltheorien wurden schon von Descartes und Huyghens vertreten, explizit ist unseres Wissens in neuerer Zeit der Gedanke eines zweiten Trägheitssatzes außer von Scheffler nur von Melchior Palágyi in seiner "Weltmechanik" 1925 und von Theodor Vahlen in seinem "Paradoxien der relativen Mechanik" 1942, formuliert worden. Ein ferner Vorläufer ist Albert von Sachsen, der erste Rektor der Wiener Universität, mit seinem ewig kreisenden Mühlrad. (Anneliese Maier "Zwischen Philosophie und Mechanik" Rom 1958, S 369 ff).
Scheffler behandelt ferner das Problem der imaginären Arbeit im Hinblick auf die Zentrifugal-und Gyralkraft, besonders in bezug auf den Kreisel. Wir haben die Frage angeschnitten, welchen phisikalischen Sinn derartige Begriffe haben. Letzten Endes steht das schwierige Problem der Anwendung der Mathematik im Hintergrunde, besonders die Anwendung höherer Zahlarten auf an sich reale Prozesse. Es dürften doch alle Zahlarten nur Erweiterungen der natürlichen sein. Man könnte also alles mit diesen rechnen, wenn auch ungeheuer kompliziert. Siehe Leibniz und die Rechenmaschine. Bemerkenswert ist die Erweiterung der RTH ins Imaginäre herein. (Stjepan Mohorovičić "Antimaterie und spezielle RTH" Zagreb 1968, Sonderdruck aus Naucna Misao und von amerikanischer Seite J. Feinberg.) Während Kritiker der RTH wie Mohorovičić weitgehend die Möglichkeit einer Überlichtgeschwindigkeit ins Kalkül zogen, haben die Relativisten bis vor kurzem an dem Bestehen einer Grenzgeschwindigkeit festgehalten.
In der Zeitlehre Schefflers ist die Einführung einer imaginären

und überimaginären Zeit interessant. Die reelle Zeit ist nach Scheffler die Zeit eines Objektes und für die abstrakte Zeit ist dieses Objekt das denkende Ich selbst. ai bezeichnet die Zeit eines anderen Objektes. Alle diese Größen liegen in der gleichen Grundebene, welche die Gleichzeitigkeit symbolisiert. Wechseln wir die Zeitgenossenschaft, so haben wir es mit überimaginären Ausdrücken, wie z.B. aii_1 zu tun. Die überimaginären Zahlen werden mit Indizes bezeichnet. (H. Scheffler "Die erkennbaren und unerkennbaren Weltvermögen" 1900, Georg Runze "Metaphysik" 1905, Hans Vaihinger "Die Philosophie des Als ob" 5. u.6. Aufl. 1920, Th. Ziehen " Erkenntnistheorie" 2. Bd. 1939, Ronald Weitzenböck "Der vierdimensionale Raum" 1956, A. Fritsch "Kants Opus Posthumum" Naučna Misao, Heft 12, Zagreb 1975).
In der Äthertheorie kommt Scheffler vielfach in die Nähe von Kant Er postuliert einen aus einem positiven und negativen Urstoff bestehenden Äther. In ihm überwiegt die Attraktion im Werte c einer unendlichkleinen Größe zweiter Ordnung. In seinem Buche " Realität und Ideellität ferner Naturkraft und Schöpfungskraft" 1897 nimmt Scheffler einen Voräther an, aus dem der eigentliche Äther entsteht. Kant vertrat auch schon neben der Existens des Äthers einen damit nicht ganz identischen Wärmestoff. (A. Fritsch mit F. Maier Wien, ~~WXKK~~, "Keplergesetze und Wellenmechanik" in " Aus Naturwissenschaft und Technik" des Vereines für Naturwissenschaft und Technik, Düsseldorf 1946, Septemberheft 1972 und Kants Opus Posthumum, Naučna Misao, Heft 12 Zagreb 1975).
Als Gravitationsformel gibt Scheffler $\left(1-\frac{v}{c}\right)\frac{m_1 m_2}{r^2}$ an. Für v= c wird die Gravitation null. Man könnte im Anschluß an Arthur Zinzen "Praktische Naturphilosophie" 1953, bei Uberlichtgeschwindigkeit an eine Abstoßung denken.

Scheffler hat sich auch kritisch mit der Logistik von George Boole, bzw. mit dem damals führenden deutschen Logistiker Ernst Schröder auseinandergesetzt. (Scheffler"Das Wesen der Mathematik" 1895/96.) Meiner Ansicht nach, könnte manches bei entsprechender Modernisierung auch heute noch in Betracht gezogen werden. Wohltuend berührt bei Scheffler, daß er immer bereit war, eigene Irrtümer zu korrigieren.

Eugen Dühring (1833 - 1921) war sicher, zumindest indirekt, einer der einflußreichsten posotivistischen deutschen Philosophen in der zweiten Hälfte des 19. Jh. Persönlich war der frühzeitig erblindete Denker eine ausgesprochene Kampfnatur, der mit fast allen Richtungen der damaligen Zeit im Streite lag. Er verlor auch seine venia legendi an der Berliner Universität. Seine Auseinandersetzungen mit Nietzsche, dem Judentum und dem Sozialismus können nur insoferne berücksichtigt werden, soweit sie naturphilosophische Fragen berühren. Eine ausgezeichnete zeitgenössische Kritik der Philosophie Dührings findet sich bei Hugo Spitzer "Nominalismus und Realismus in der neuesten deutschen Philosophie usw." 1876. Leider war uns die zusammen mit seinem Sohne Ulrich, der auch sonst vielfach Mitarbeiter seines Vaters war, herausgegebene Zeitschrift "Personalist und Emanzipator", die ebenfalls viele Bemerkungen zu den Naturwissenschaften enthält, nicht zugänglich. Dührings mathematische Arbeiten und philosophischen Ansichten zur Mathematik sind in seinem Werke " Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Funktionsrechnung usw." 1884 und in einer gleichlautenden Ergänzungsschrift aus dem Jahre 1903 enthalten. Weitere wichtige Bemerkungen finden sich in der "Kritischen Geschichte der Mechanik" 3. Auflage, 1897. Diese preisgekrönte Schrift wurde von Ernst Mach stark beachtet. Alois Riehl hat in seiner "Philosophie des Kritizismus" 3 Bände, 3. Auflage 1924 - 1926 die mathematisch-philosophischen Ideen von Dühring meistens positiv bewertet und sie im Sinne seines Kritizismus interpretiert.
(G. Lehmann "Geschichte der nachkantischen Philosophie" 1931).
Riehl glaubt, daß Dührings Unterscheidung eines Unbeschränkt-

kleinen und Unendlichkleinen, bzw. des Unbeschränktgroßen vom Unendlichgroßen eine wichtige Klärung des Unendlichkeitsbegriffes darstellt. Sie verdiene den Vorzug vor den Einteilungen G. Cantors. Hier hat Dühring, so auch Riehl, seine ältere Ansicht von dem Gesetze der bestimmten Anzahl und damit einem rein potentiellen Unendlich erweitert. Die Kritik von Friedrich Engels in seinem Buche " Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft. Anti-Dühring" Moskau 1946 ist hier nicht ganz zutreffend. wir kommen dabei zu schwierigen mengentheoretischen Fragen. Bei aller gebührenden Vorsicht müssen wir doch verschiedene Fiktionen bezüglich des Unendlichen zulassen. Dühring entwickelt ferner eine sogenannte Wertigkeitsrechnung. Er geht davon aus, daß algebraische Ausdrücke erst durch das Vorzeichen in ihrem Werte bestimmt werden. Er versucht alle Gleichungem, bzw. Funktionen in Summanden aufzuspalten. Ferner erweitert Dühring den Begriff des Imaginären durch den des Imaginativen. Er setzt ihn dann, wenn der imaginative Wert nicht einfach der imaginär gesetzte reelle sein kann. Von zwei rechtwinkeligen Dreiecken habe eines die Grundlinie und die Höhe $r\sqrt{\frac{1}{2}}$, das andere die Basis $a = r\sqrt{\frac{1}{2}}(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ bzw. $h = r\sqrt{\frac{1}{2}}(\cos\alpha - i\sin\alpha)$ Die Flächen sind also imaginativ, d.h. dem Rechnungswert nach gleich. Die Wertigkeitsrechnung wurde von H. Scheffler in seinen "Beiträgen zur Zahlentheorie usw." 1891 kritisiert, besonders im Hinblick auf die Lösungen von Gleichungen. Doch dürfte Scheffler den in seinem Todesjahr 1903 erschienenen 2. Teil der "Neuen Grundmitteln uws." wohl nicht mehr in die Hand bekommen haben. Als ein Beispiel der hier diskutierten Fragen sei die Kreisgleichung $x^2 + y^2 = r^2$ angeführt. Hier kann bei Addition des Radius auf

der positiven und negativen xAchse $(+r) \neq (-r)$ nicht einfach null gesetzt werden. Scheffler will daher zwischen Anreihen und Zusammenzählen unterscheiden. (Literatur vielfach im Anschluß an Vaihinger. " Wilhelm Dieck "Der Widerspruch im Richtigen" 1926. Wihelm Koppelmann "Ist die Arithmetik ein logisch korrektes Lehrgebäude?" Annalen der Philosophie Bd. 6 1927 mit folgenden Diskussionen. Ludwig Klages "Die Grundlagen der Charakterkunde" 9. Auflage 1948. Bemerkungen zu Koppelmann.)
Dühring entwickelte auch im 2. Teil seines mathematischen Werkes eine sogenannte transradikale Algebra. Zwischen den Lösungen der Gleichungen bis zum 4. Grade durch Radikale und den der Gleichungen 5. u. 6. Grades durch elliptische bzw. hyperelliptische Funktionen wird eine Behandlung höherer Gleichungen durch Wurzelausdrücke in Reihenform eingeschoben.
In der Infinitesimalrechnung lehnt sich Dühring an Lagrange an, dessen Methode er verschärfen will. Interessant ist die Bildung ungekürzter Differentiale, bzw. Integrale, wobei Dühring in die Nachbarschaft später Arbeiten kommt, deren Verfasser wohl aber von dem vielfach verschwiegenen Dühring nichts Näheres gewußt haben. Als Beispiel dafür sei die Behandlung der Funktionen $y = x^2$ angeführt.
dy (ungekürzt) $= 2x\,dx + dx^2$, daher ist $\int_0^x 2x\,dx = x^2$ nicht genau
$\int_0^x 2x\,dx = \int_0^x (2x\,dx + dx^2)$ oder $x^2 = \int_0^x 2x\,dx + u$, wobei $u = \int_0^x dx^2 = x\,dx$
(F. J. Kurt Geißler "Philosophie der Mathematik" 1933. D. Laugwitz "Ein Weg zur Nonstandard-Analysis". Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Bd. 75 Heft 2. Hier vor allem Hinweis auf B. Bolzano).
Aus der Mechanik wollen wir von Dührings Zeitlehre den Gedanken eines veränderungslosen Seins, bzw. der Endlichkeit der Zeit in bezug auf die Vergangenheit herausgreifen. Letzten Endes würde

diese Theorie auf die Idee einer Schöpfung hinauslaufen. Dies wurde mit Recht von A. Riehl("Der philosophische Kritizismus" 3. Bd. S. 294 ff.), von Fr. Nietzsche (Alwin Mittasch" Friedr. Nietzsche als Naturphilosoph" 1952) und von F. Engels in seinem "Antidühring" kritisiert. Ein Schöpfungsakt überschreitet nach Riehl die Möglichkeit unserer Erfahrung. In der Raumtheorie lehnt Dühring alle Metageometrien ab. H. Vaihinger ("Die Philosophie des Als ob" 5.u.6. Auflage 192o) schreibt leicht ironisch, Dühring bekämpfe alle Fiktionen, wie z.B. die Erweiterungen des Raumbegriffes , er verwerfe auch als nüchterner Mensch gleich wie Platon alle dichterischen. Hingewiesen soll noch einmal auf J. Schultz und seine "Psychologie der Axiome" 1899 werden. Dieser Denker bringt ebenfalls eine scharfe Kritik der Metageometrien.
Dührings Sohn Ulrich (A. Winkler "Kritik der Wissenschaft" 195o) hat in seinem Aufsatze in der Zeitschrift seines Vaters die Ansicht einer 6-1ofachen Lichtgeschwindigkeit als Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gravitation vertreten. Gestützt auf Versuche des Sohnes verfaßten die beiden Dührings gemeinsam in 2 Bänden " Neue Grundgesetze zur rationellen Physik und Chemie" 1878 und 1886. Hier sollen allgemeine thermodynamische Gesetze für alle Aggregatzustände aufgestellt werden. Auch heute ist hier sicher noch manches der Uberprüfung wert.
Dühring ist in seiner üblichen kämpferischen Art für J.R. Mayer eingetreten. Vielleicht soll am Schlusse noch Dührings weltanschauliches Werk "Wert des Lebens" 8. Aufl. 1922 erwähnt werden. Nach O. Spengler hat es einen verborgenen, aber tiefen Einfluß auf die damalige Zeit ausgeübt.

N a c h t r a g :

Wie bereits erwähnt, hat sich Herr Friedrich Lachner ebenfalls mit dem Problem der nicht-ganzzahligen Differentialquotienten beschäftigt. Hier soll nur kurz seine allgemeine Formel angegeben werden. Vielleicht kann dann später eine umfangreichere Arbeit folgen. $d^n f(x)/dx^n = (d^n/dx^n) f(x) = f^{(n)}(x) =$
$$= \lim_{Dx \to 0} S^n_{k=0} (-1)^k \binom{n}{n-k} f(x+(n-k)Dx)/Dx^n$$

Hier bedeutet S das Summenzeichen und k ist eine Art Summationsindex für die (n+1) Glieder der Reihe. Halbe Differentialquotienten wurden bereits in der Fernmeldetechnik praktisch angewendet. (E.J. Berg "Rechnung mit Operatoren. Nach Oliver Heaviside." Deutsche Bearbeitung von Dr. Ing. Otto Gramisch u. Dipl. Ing. Hans Tropper 1932). Fr.J. Kurt Geißler bringt in seinem Buche "Philosophie der Mathematik" 1933 Besprechungen seiner Arbeiten. Neben dem Hinweis auf gebrochenes Integrieren bei Heaviside wird von halbstufigen Manigfaltigkeiten bei Geißler gesprochen. Doch ist mir augenblicklich darüber nichts Näheres zugänglich.